Aufgabe 5

a)

- $s = 2$**:**
  $c_1 = 0, c_2 = 1$; $b_1 = \frac{1}{2}, b_2 = \frac{1}{2}$
- $s = 3$**:**
  $c_1 = 0, c_2 = \frac{1}{2}, c_3 = 1$; $b_1 = \frac{1}{6}, b_2 = \frac{4}{6}, b_3 = \frac{1}{6}$

b)
Es müssen folgende Gleichungen erfüllt sein:

$$\frac{1}{1} = b_1 0^0 + b_2 \cdot c_2^0 + b_2 \cdot (1 - c_2)^0 + b_1 \cdot 1^0 \quad (1)$$
$$\frac{1}{2} = b_1 0^1 + b_2 \cdot c_2^1 + b_2 \cdot (1 - c_2)^1 + b_1 \cdot 1^1 \quad (2)$$
$$\frac{1}{3} = b_1 0^2 + b_2 \cdot c_2^2 + b_2 \cdot (1 - c_2)^2 + b_1 \cdot 1^2 \quad (3)$$
$$\frac{1}{4} = b_1 0^3 + b_2 \cdot c_2^3 + b_2 \cdot (1 - c_2)^3 + b_1 \cdot 1^3 \quad (4)$$
$$\frac{1}{5} = b_1 0^4 + b_2 \cdot c_2^4 + b_2 \cdot (1 - c_2)^4 + b_1 \cdot 1^4 \quad (5)$$
$$\frac{1}{6} = b_1 0^5 + b_2 \cdot c_2^5 + b_2 \cdot (1 - c_2)^5 + b_1 \cdot 1^5 \quad (6)$$

Sowohl auf (1), als auch aus (2) folgt:

$$\frac{1}{2} = b_1 + b_2 \quad (7)$$

Aus (7) und (3) folgt:

$$\frac{1}{12} = b_2 c_2 \quad (8)$$

Aus (5) ergibt sich:

$$\frac{1}{5} = c_2^3 - 2 \cdot c_2^2 + 3 \cdot c_2 \quad (9)$$

Aufgabe 5

$$S'_n = S_{n+1} - \frac{(S_{n+1}-S_n)(S_{n+2}-S_{n+1})}{S_{n+2}-2S_{n+1}+S_n}$$

$\Rightarrow$

$$\begin{aligned}
\frac{S'_n - s}{S_n - s} &= \frac{S_{n+1}-s}{S_n-s} - \frac{(S_{n+1}-S_n)(S_{n+2}-S_{n+1})}{(S_n-s)(S_{n+2}-2S_{n+1}+S_n)} \\
&= \rho_n \frac{S_n-s}{S_n-s} - \frac{(S_{n+1}-S_n)(S_{n+2}-S_{n+1})}{(S_n-s)(S_{n+2}-2S_{n+1}+S_n)} \\
&= \rho_n - \frac{(S_{n+1}-S_n)(S_{n+2}-S_{n+1})}{(S_n-s)(S_{n+2}-2S_{n+1}+S_n)} \\
&= \rho_n - \frac{S_{n+1}-S_n}{S_n-s} \cdot \frac{S_{n+2}-S_{n+1}}{S_{n+2}-2S_{n+1}+S_n} \\
&= \rho_n - \frac{S_{n+1}-S_n}{S_n-s} \cdot \frac{\rho(S_{n+1}-S_n)}{S_{n+2}-2S_{n+1}+S_n} \\
&= \rho_n - (\rho_n - 1) \cdot \frac{\rho}{\frac{S_{n+2}-S_{n+1}}{S_{n+1}-S_n} - \frac{S_{n+1}-S_n}{S_{n+1}-S_n}} \\
&= \rho_n - (\rho_n - 1) \cdot \frac{\rho}{\rho - 1} = 0 \quad \text{im Grenzfall}
\end{aligned}$$