

Praktikum II
ST: Stirling-Motor
Betreuer: Norbert Lages

Hanno Rein
praktikum2@hanno-rein.de

Florian Jessen
florian.jessen@student.uni-tuebingen.de

14. April 2004

1 Vorwort

Nicht ohne Grund zählt der Stirling Motor zu den klassischen Versuchen in der Thermodynamik. An diesem Beispiel lassen sich grundlegende Phänomene in Versuch demonstrieren.

2 Physikalische Grundlagen

2.1 Hauptsätze der Thermodynamik

Die Hauptsätze der Thermodynamik zeigen, dass es kein perpetuum mobile geben kann. Sie lauten im einzelnen

- Nullter Hauptsatz
Befinden sich zwei Körper in thermischem Kontakt, so findet stets eine Angleichung der Temperatur statt.
- Erster Hauptsatz
Der erste Hauptsatz der Thermodynamik beschreibt die Energieerhaltung. Beim Übergang eines Systems in einen anderen Zustand ist stets die Summe aus der ausgetauschten Arbeit δW und zugeführten Wärme δQ gleich der Änderung der inneren Energie des Systems dE .

$$dE = \delta Q + \delta W \quad (1)$$

$$= \delta Q + p dV \quad (2)$$

- Zweiter Hauptsatz
„Es gibt keine periodisch arbeitende Maschine, die einem Wärmereservoir Energie entzieht und diese vollständig in mechanische Arbeit umwandelt.“
Die Wärme fließt immer aus einem Wärmereservoir in ein Kältereservoir, bis sich ein Gleichgewichtszustand eingestellt hat. Die Entropie („Unordnung“) bleibt dabei konstant, oder wird größer.

$$dS = \frac{\delta Q}{T} \quad (3)$$

Wenn mechanische Arbeit gewonnen werden soll, so fließt stets ein Teil der Energie in ein Kältereservoir ab und heizt dieses auf. Der dabei maximal erzielbare Wirkungsgrad durch den Carnot Prozess beschrieben.

$$\eta = \frac{T_W - T_K}{T_W} \quad (4)$$

- Dritter Hauptsatz
Dieser Satz besagt, dass der absolute Nullpunkt nicht erreicht werden kann. Es wird hier jedoch nicht näher darauf eingegangen.

2.2 Ideales Gas

Ein ideales Gas wird dadurch gekennzeichnet, dass es aus einer bestimmten Anzahl von einander unabhängiger Teilchen besteht, die ausschließlich über elastische Stöße miteinander wechselwirken. Die allgemeine Zustandsgleichung lautet

$$p \cdot V = N k_B T \quad (5)$$

Hierbei ist N die Anzahl der Teilchen und k_B die Boltzmannkonstante.

2.3 Kreisprozesse

Es gibt diverse Kreisprozesse, die beispielsweise in den Motoren ablaufen. Von besonderer Bedeutung ist der Carnot Prozess, der eine Idealisierung darstellt und zur Bestimmung des maximal möglichen Wirkungsgrades verwendet wird. Im Versuch wird aber der Stirling Motor untersucht. Dieser durchläuft in einem Kreislauf die folgenden Takte

- isotherme Expansion bei T_2
- isochore Abkühlung bei V_2
- isotherme Kompression bei T_1
- isochore Erwärmung bei V_1

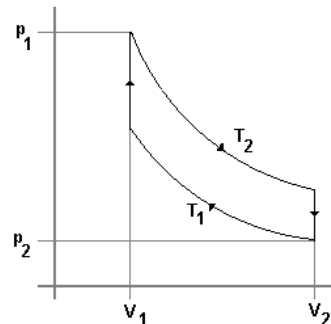


Abbildung 1: pV Diagramm in Stirling Prozess

Im Zylinder des Motors befinden sich hierfür zwei Kolben, die an der Schwungscheibe um 90° gegeneinander versetzt befestigt sind. Dies sind zum einen der Arbeitskolben und zum anderen ein Verdränger, der dafür sorgt, dass das heiße Gas aus dem warmen Bereich in den Kühlkörper gelangt, um dort abzukühlen und sich dabei zusammenzuziehen, und später wieder zurückdrängt, damit es erneut aufgeheizt wird und sich ausdehnt. Füllt man in den Kolben einen Regenerator, so lässt sich der Wirkungsgrad deutlich verbessern, da nun ein Teil der Wärmeenergie nicht über den Kühlkörper an die Umgebung abgegeben wird. Stattdessen wird ein Teil zwischengespeichert und kann wieder an das sich erwärmende Gas zurückgeben werden. Als Material eignet sich beispielsweise Kupferwolle aufgrund der guten Wärmeleitung und der großen Oberfläche.

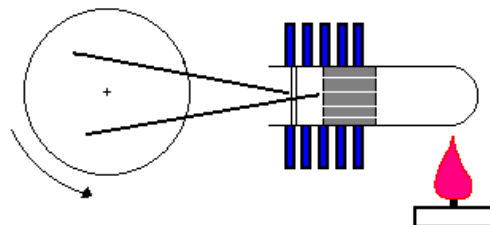


Abbildung 2: Schematischer Aufbau des Stirling Motors

Der Wirkungsgrad des Stirlingmotors lässt sich nun wie folgt bestimmen. Allgemein ist der Wirkungsgrad definiert als

$$\eta = \frac{W}{Q} \quad (6)$$

Dabei ist W die genutzte Arbeit und Q die zugeführte Energie, in diesem Fall also Wärme. Man muss nun jedoch verschiedene Verluste unterscheiden. Zum einen lässt sich der reale Wirkungsgrad bestimmen

$$\eta_{eff} = \frac{W_{eff}}{Q_{eff}} \quad (7)$$

Sind die Reibungsverluste bekannt, so kann man diese herausrechnen und den Wirkungsgrad des Stirling Prozesses angeben.

$$\eta_{Stirling} = \frac{Q_{Reib} + W_{eff}}{Q_{eff}} \quad (8)$$

Der Wirkungsgrad des Stirling Prozesses lässt sich aber auch theoretisch bestimmen. So gilt unter der Annahme eines idealen Gases in den einzelnen Takten

Takt		W	Q
1	isotherm $dT = 0$ $dE = 0$	$W_1 = -Q_1$	$Q_1 = \int_{V_1}^{V_2} \frac{Nk_B T_2}{V} dV = Nk_B T_2 \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right)$
2	isochor $dV = 0$ $dW = 0$	$W_2 = 0$	$Q_2 = E_2 = \int_{T_2}^{T_1} C_V dT = C_V(T_2 - T_1)$
3	isotherm $dT = 0$ $dE = 0$	$W_3 = -Q_3$	$Q_3 = \int_{V_2}^{V_1} \frac{Nk_B T_1}{V} dV = Nk_B T_1 \ln\left(\frac{V_1}{V_2}\right)$
4	isochor $dV = 0$ $dW = 0$	$W_4 = 0$	$Q_4 = E_4 = \int_{T_1}^{T_2} C_V dT = C_V(T_1 - T_2)$

Tabelle 1: Theoretischer Wirkungsgrad im Stirling Prozess

Die geleistete Arbeit ergibt sich beim idealen Motor durch Integration der im pV-Diagramm begrenzten Fläche. Theoretisch lässt sie sich aus W_1 und W_3 berechnen. Ohne Berücksichtigung der unvermeidbaren Reibung ist

$$W = W_1 + W_3 \quad (9)$$

$$= -Nk_B T_2 \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right) - Nk_B T_1 \ln\left(\frac{V_1}{V_2}\right) \quad (10)$$

$$= Nk_B(T_1 - T_2) \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right) \quad (11)$$

Da die Wärmeenergie in Takt 2 und 4 ausschließlich zwischen dem Arbeitsgas und dem Regenerator ausgetauscht wird, ist die eingesetzte Wärmeenergie gegeben durch

$$Q = Q_1 \quad (12)$$

Daraus ergibt sich der Wirkungsgrad

$$\eta = \frac{T_2 - T_1}{T_2} \quad (13)$$

3 Auswertung

3.1 Reibungsverluste

Im ersten Versuch soll der *Energieverlust* durch Reibung von Kolben und Gestänge bestimmt werden. Dazu wird der Zylinderkopf mit der Heizspirale entfernt und der Motor mit einem Elektromotor in Bewegung gesetzt. Die Reibungswärme wird über das Kühlwasser abgeführt und kann durch dessen Erwärmung quantitativ bestimmt werden. Es gilt

$$Q_R = \frac{c_{H_2O} \Delta T}{f} \frac{dm}{dt} \quad (14)$$

$$= \frac{4.18 \cdot 0.95}{5.2} \frac{262}{60} \text{ J} \quad (15)$$

$$= 3.33 \text{ J} \quad (16)$$

Hierbei bezeichnet c_{H_2O} die Wärmekapazität des Wassers und $\frac{dm}{dt}$ die Durchflussmenge des Kühlwassers. Der zeitliche Verlauf der Kühlwassertemperatur ist im folgenden dargestellt.

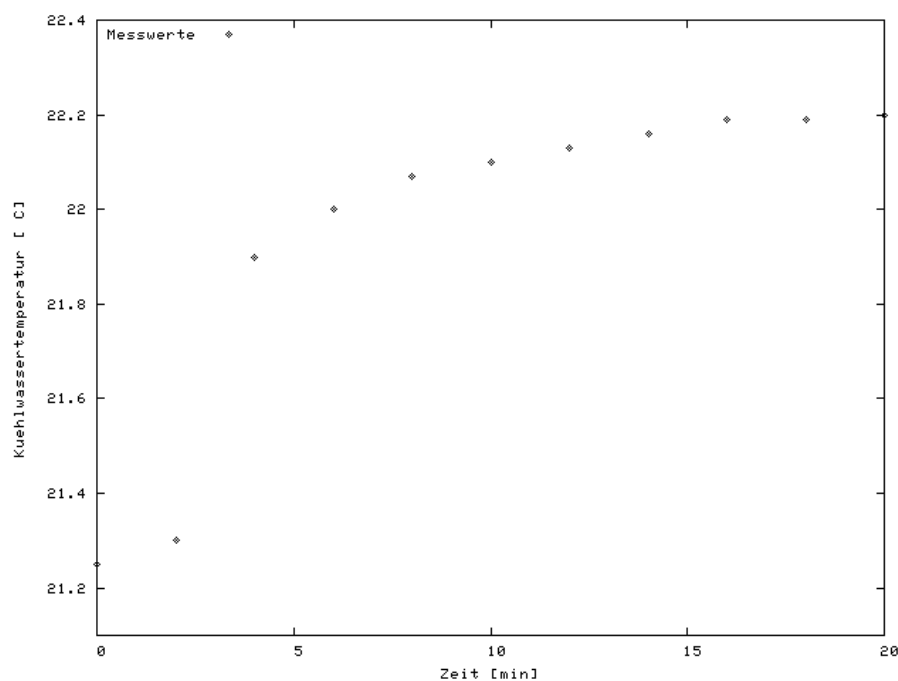


Abbildung 3: Temperaturverlauf im Kühlwasser V_1

3.2 Real nutzbare Arbeit und Wirkungsgrad

In diesem Versuchsteil wird die Arbeit, die der Motor real verrichten kann, bestimmt und mit den Verlusten verglichen. Die in jedem Zyklus elektrisch über die Heizwendel zugeführte Wärmeenergie ist gegeben durch

$$Q_{eff}^{el} = \frac{U \cdot I}{f} \quad (17)$$

$$= \frac{11.3 \cdot 12.0 \text{ VAs}}{2.6} \quad (18)$$

$$= 52.15 \text{ J} \quad (19)$$

Diese Energie soll in mechanische Arbeit umgewandelt werden. Ein Teil geht jedoch durch Reibung wieder verloren und wird im Kühlwasser abgeführt, ein anderer Verlust entsteht durch die notwendige Kühlung

des Arbeitsgases.

$$Q_{eff}^{th} = W_{eff} + Q'_{H_2O} \quad (20)$$

$$= W_{eff} + Q_{H_2O} + Q_R \quad (21)$$

Die abgegebene Leistung wird über das aufgebrachte Drehmoment bestimmt. Dazu verwendet man den sogenannten *Pronyschen Zaum*. Dabei wird die Achse durch Reibung gebremst und die am Hebel r aufzubringende Kraft aus Gewichten und Federkraftmesser $\vec{F} = m\vec{g} + \vec{F}_{Feder}$ gemessen. Es ist dann

$$P_{eff}^D = D \cdot \omega \quad (22)$$

$$= \vec{r} \times \vec{F} \cdot 2\pi f \quad (23)$$

$$= r \cdot (mg + F_{Feder}) \cdot 2\pi f \quad (24)$$

Die Arbeit, die in einem Zyklus verrichtet wird ist dann

$$W_{eff}^D = 2\pi \cdot D \quad (25)$$

$$= 2\pi r(mg + F_{Feder}) \quad (26)$$

$$= 2\pi \cdot 0.25(0.57 + 0.50)\text{Nm} \quad (27)$$

$$= 1.68\text{J} \quad (28)$$

Aus der Kühlwassertemperatur wird erneut die abgeführte Wärmeenergie bestimmt. Aus den Messwerten ergibt sich

$$Q'_{H_2O} = \frac{4.18 \cdot 3.25}{2.6} \frac{262}{60} \text{J} \quad (29)$$

$$= 22.82\text{J} \quad (30)$$

$$Q_{H_2O} = 19.49\text{J} \quad (31)$$

Im Vergleich zu (17) erhält man nun für die zugeführte Wärmeenergie

$$Q_{eff}^{th} = 24.50\text{J} \quad (32)$$

$$\Delta Q = Q_{eff}^{el} - Q_{eff}^{th} \quad (33)$$

$$= 27.65\text{J} \quad (34)$$

Diese Differenz lässt sich zum einen dadurch erklären, dass nicht die gesamte elektrische Energie in Wärme, sondern ein Teil auch in Licht umgewandelt wird, zum anderen dadurch, dass der Motor auch Wärme an die Umgebung abstrahlt, die über die Messung der Kühlwassertemperatur nicht berücksichtigt wurde.

Für den idealen Wirkungsgrad (zugeführte Arbeit berechnet über $P = UI$) erhalten wir

$$\eta_i^{el} = \frac{W_{eff}^D + Q_R}{Q_{eff}^{el}} \quad (35)$$

$$= 0.096 \quad (36)$$

Der reale Wirkungsgrad ist

$$\eta_r^{el} = \frac{W_{eff}^D}{Q_{eff}^{el}} \quad (37)$$

$$= 0.032 \quad (38)$$

Thermodynamisch berechnet, ergibt sich für die Wirkungsgrade

$$\eta_i^{th} = \frac{W_{eff}^D + Q_R}{Q_{eff}^{th}} \quad (39)$$

$$= 0.204 \quad (40)$$

$$\eta_r^{th} = \frac{W_{eff}^D}{Q_{eff}^{th}} \quad (41)$$

$$= 0.069 \quad (42)$$

3.3 Arbeit des Gases und Wirkungsgrad

Zunächst werden die Koordinatenachsen geeicht, indem die jeweils andere Ablenkung unterdrückt wird.

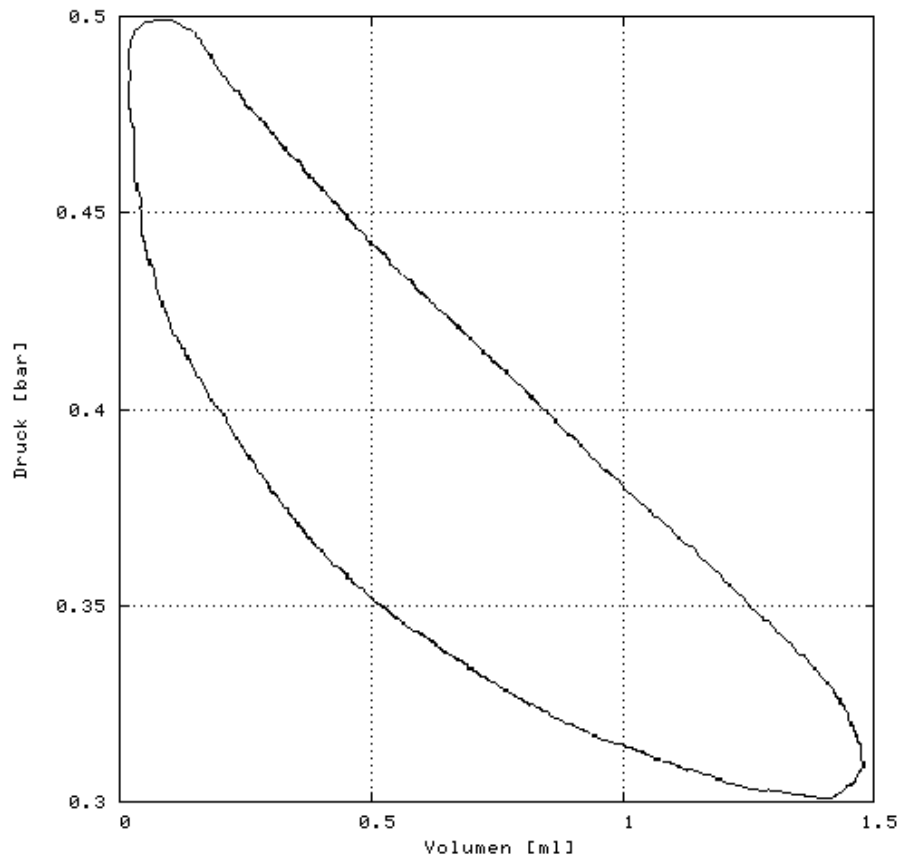


Abbildung 4: p v -Diagramm

Im Nachhinein zeigte sich, dass die Druckmessung für unsere Messung offenbar zu träge war. Daraus ergibt sich auch die starke Abweichung der geleisteten Arbeit zu den anderen Verfahren. Der Flächeninhalt entspricht der geleisteten Arbeit W^{pv} und ist in unserem Fall

$$W^{pv} = \frac{0.2 \text{ bar}}{387 \text{ px}} \cdot \frac{150 \text{ ml}}{329 \text{ px}} \cdot 48028 \text{ px}^2 \quad (43)$$

$$= 0.113 \text{ J} \quad (44)$$

Für den Wirkungsgrad erhalten wir:

$$\eta_i^{pv} = \frac{W^{pv} \cdot 5.3 \text{ s}^{-1}}{Q^{el}} \quad (45)$$

$$= \frac{0.113 \text{ J} \cdot 5.3 \text{ s}^{-1}}{12.5 \text{ A} \cdot 12.6 \text{ V}} \quad (46)$$

$$= 0.0036 \quad (47)$$

Die Unterschiede in den verschiedenen Werten des Wirkungsgrades ergeben sich zum einen natürlich aus den unterschiedlichen Rechenwegen (einmal mit, einmal ohne Reibung), zum anderen auf die zum Teil sehr großen Messunsicherheiten. Bei dem Wirkungsgrad η_i^{pv} kommt noch hinzu, dass es sich um einen anderen Motor handelt, und uns wie oben beschrieben womöglich ein Fehler bei der Druckmessung unterlief.

Anhang - Original Messdaten

Reibungsverluste

Durchflussmenge $262 \frac{ml}{min}$

Drehzahl $5.2 \frac{U}{sec}$

t[min]	T[Grad C]
0	21.25
2	21.30
4	21.90
6	22.00
8	22.07
10	22.1
12	22.13
14	22.16
16	22.19
18	22.19
20	22.20

Real nutzbare Arbeit und Wirkungsgrad

Durchflussmenge $262 \frac{ml}{min}$

Hebel $25cm$

Strom $12.0A$

Spannung $11.3V$

Frequenz [Hz]	Federkraftmesser [N]	Massestücke á $0.57N$	Temperatur [$^{\circ}C$]
2.6	0.50	1	24.5
3.1	0.38	1	24.5
3.3	0.28	1	24.5
3.4	0.18	1	24.5
5.8	0.05	0	26.1

Arbeit des Gases und Wirkungsgrad

Durchflussmenge $260 \frac{ml}{min}$

Drehzahl $5.3 \frac{U}{sec}$

Strom $12.5A$

Spannung $12.6V$