

Praktikum I SG

Stoßgesetze

Hanno Rein

Betreuer: Tobias Donner

16. November 2003

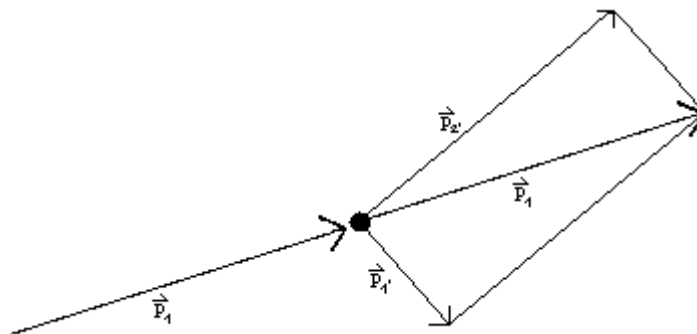
1 Ziel der Versuchsreihe

Viele Vorgänge, unter anderem in der Teilchenphysik, lassen sich mit Stößen von klassischen Teilchen (Kugeln) vergleichen. Um diese Vorgänge zu verstehen ist es notwendig die Stöße der klassischen Teilchen zu verstehen.

2 Grundlagen

2.1 Zusammenhang: Flugweiten der Kugeln, Winkel, Massenverhältnis

Die ruhende Kugel hat im Laborsystem vor dem Stoß den Impuls p_2 , danach p'_2 . Die stoßende Kugel hat vor dem Stoß den Impuls p_1 und danach p'_1 .



Die gezeichnete Vektoraddition ($p_2 = 0$) ist gültig, da der Impulserhaltungssatz gilt

$$p_1 + p_2 = p'_1 + p'_2 \quad (1)$$

Ebenso gilt der Energieerhaltungssatz (Wärme- und Verformungsenergien werden beim elastischen Stoß vernachlässigt):

$$E_1 + E_2 = E'_1 + E'_2 \quad (2)$$

Aus $E = \frac{1}{2}mv^2$ und (2) folgt:

$$\frac{p_1^2}{2m_1} + \frac{p_2^2}{2m_2} = \frac{p_1'^2}{2m_1} + \frac{p_2'^2}{2m_2} \quad (3)$$

Im Nachfolgenden wird mit dem Spezialfall für $p_2 = 0$, $m_1 = m'_1$ und $m_2 = m'_2$ gerechnet. (1) in (2) eingesetzt ergibt somit

$$\frac{(p'_1 + p'_2)^2}{2m_1} = \frac{p_1'^2}{2m_1} + \frac{p_2'^2}{2m_2} \quad (4)$$

$$\frac{m_1^2 |v'_1|^2 + 2m_1 m_2 v'_1 v'_2 + m_2^2 |v'_2|^2}{2m_1} = \frac{p_1'^2}{2m_1} + \frac{p_2'^2}{2m_2} \quad (5)$$

$$\frac{m_1^2 |v'_1|^2 + 2m_1 m_2 |v'_1| |v'_2| \cos \alpha + m_2^2 |v'_2|^2}{2m_1} = \frac{p_1'^2}{2m_1} + \frac{p_2'^2}{2m_2} \quad (6)$$

$$m_1 |v'_1|^2 + 2m_2 |v'_1| |v'_2| \cos \alpha + \frac{m_2^2}{m_1} |v'_2|^2 = m_1 |v'_1|^2 + m_2 |v'_2|^2 \quad (7)$$

$$2m_2 \frac{|v'_1|}{|v'_2|} \cos \alpha + \frac{m_2^2}{m_1} = m_2 \quad (8)$$

$$2 \frac{|v'_1|}{|v'_2|} \cos \alpha + \frac{m_2}{m_1} = 1 \quad (9)$$

$$\frac{m_2}{m_1} = 1 - 2 \frac{|v'_1|}{|v'_2|} \cos \alpha \quad (10)$$

Da die Kugeln nach dem Stoß am Punkt P frei fallen, gilt außerdem

$$\frac{|v'_1|}{|v'_2|} = \frac{s_1}{s_2} \quad (11)$$

Wobei s die Strecke zwischen dem Stoßpunkt und dem Aufschlagpunkt der Kugel ist. Mit Formel (10) lässt sich nun bei bekannten Strecken s_1 , s_2 und dem Winkel α , den die Strecken einschließen, das Massenverhältnis der beiden Kugeln berechnen.

2.2 Schwerpunktsystem

Das Schwerpunktsystem ist ein Koordinatensystem, bei dem der Schwerpunkt als Nullpunkt gewählt wird. Der Gesamtimpuls ist immer 0

$$p_{1S} + p_{2S} = 0 = p'_{1S} + p'_{2S} \quad (12)$$

und somit

$$p_{1S} = -p_{2S} \quad p'_{1S} = -p'_{2S} \quad (13)$$

$$|p_{1S}| = |p_{2S}| \quad |p'_{1S}| = |p'_{2S}| \quad (14)$$

Mit Gleichung (3) folgt somit

$$\left(\frac{1}{2m_1} + \frac{1}{2m_2} \right) p_{1S}^2 = \left(\frac{1}{2m_1} + \frac{1}{2m_2} \right) p_{1S}'^2 \quad (15)$$

$$p_{1S}^2 = p_{1S}'^2 \quad (16)$$

$$|p_{1S}| = |p_{1S}'| \quad (17)$$

Im Schwerpunktsystem ändert sich also die kinetische Energie der Kugeln, sowie der Betrag des Impulses nicht. Der Stoß bewirkt lediglich eine Drehung der Impulsvektoren.

Aus Gleichung (14) folgt außerdem:

$$\frac{|p'_{1S}|}{|p'_{2S}|} = 1 \quad (18)$$

$$\frac{m_1 |v'_{1S}|}{m_2 |v'_{2S}|} = 1 \quad (19)$$

$$\frac{|v'_{1S}|}{|v'_{2S}|} = \frac{m_2}{m_1} \quad (20)$$

Ist nun das Verhältnis der Geschwindigkeiten der Kugeln im Schwerpunktsystem bekannt, kann man sofort auf das Masseverhältnis schließen.

3 Versuchsdurchführung

Auf einer schiefen Ebene rollt eine Stahlkugel herab und trifft auf eine ruhende Kugel. Die stoßende Kugel wird bei jedem Stoßversuch auf gleicher Höhe losgelassen und hat somit am Stoßpunkt eine konstante Geschwindigkeit. Nach dem Stoß fallen beide Kugeln (waagrechter Wurf) aus konstanter Höhe auf ein Kohlepapier und hinterlassen einen Abdruck.

Es werden die Stöße von

1. zwei Stahlkugeln
2. einer Stahl- und einer Glaskugel

untersucht. Jeweils 4 Stoßversuche der beiden Kugeln bei 15 verschiedenen Stoßparametern werden durchgeführt. Dabei wird notiert welche Auftreffpunkte jeweils zueinander gehören.

4 Auswertung

Bei der Auswertung wurde die gestoßene Kugel um die Summe der Radien der beiden Kugeln in Richtung auf die Drehachse verschoben. Dies ist notwendig, da die Kugeln eine reale Ausdehnung haben und somit die Auftreffpunkte in Bezug auf den Stoßpunkt verschoben werden müssen.

Bei der Auswertung stellte sich die Frage, ob die gestoßene Kugel oder die stoßende Kugel versetzt werden muss. Die Erklärung in der Anleitung erscheint logisch. Dennoch ergeben die Messwerte nur Sinn, wenn man die Auftreffpunkte der gestoßenen Kugel verschiebt.

4.1 Bestimmung des Massenverhältnisses über s_1 , s_2 und α

β sei der Winkel zwischen der Geschwindigkeit der ankommenden Kugel und der Verbindungslinie der beiden Auftreffpunkte.

4.1.1 Stoß Stahl auf Stahl

Stoßnummer	1	2	3	4	5	6	7	8
Länge s_1 in cm	8.12	8.08	9.84	9.16	8.63	10.39	12.64	11.4
Länge s_2 in cm	21.13	21.23	18.85	20	20.57	18.06	13.2	15.92
Winkel $\alpha = \angle s_1 s_2$ in $^\circ$	1.5	14.5	41.2	34.3	22.4	45.2	62.8	55.6
Winkel β in $^\circ$	2.4	16	53.3	41.8	26.2	61.7	77.3	81.5
Verhältnis $\frac{m_2}{m_1}$	0.23	0.26	0.21	0.24	0.22	0.18	0.12	0.19

Stoßnummer	9	10	11	12	13	14	15
Länge s_1 in cm	11.92	11.37	10.38	9.2	8.81	8.22	8.13
Länge s_2 in cm	14.72	16.13	18.04	19.5	20.41	21.15	21.04
Winkel $\alpha = \angle s_1 s_2$ in $^\circ$	57.6	52.1	44.1	33.1	24.7	17.9	3.1
Winkel β in $^\circ$	89.2	78.5	61.3	42	29.7	20.2	3.7
Verhältnis $\frac{m_2}{m_1}$	0.13	0.13	0.17	0.2	0.21	0.25	0.22

Im Nachfolgenden werden nur die Stöße mit $5^\circ < \beta < 85^\circ$ berücksichtigt.

Für den Mittelwert und die Standardabweichung des Massenverhältnisses q ergibt sich somit

$$\bar{q} = 0.1983 = 19.83\% \quad (21)$$

$$\sigma_q = 4.366 \cdot 10^{-2} \quad (22)$$

Legt man ein Vertrauensintervall von 95 % zu Grunde, so ist

$$q = 0.1983 \pm 8.732 \cdot 10^{-2} \quad (23)$$

Der systematische Fehler ist vermutlich recht hoch, lässt sich aber kaum abschätzen und wird deshalb nicht berücksichtigt.

4.1.2 Stoß Stahl auf Glas

Stoßnummer	1	2	3	4	5	6	7	8
Länge s_1 in cm	7.5	6.85	6.36	5.23	4.59	3.74	2.86	30.11
Länge s_2 in cm	10.4	11.39	11.76	13.11	13.73	14.1	14.66	k. Messwert
Winkel $\alpha = \angle s_1 s_2$ in $^\circ$	83.5	81.9	80.4	77.8	76.5	74	69.8	-
Winkel β in $^\circ$	85.2	75.9	69.6	55	47.5	39.6	30.4	-
Verhältnis $\frac{m_2}{m_1}$	0.83	0.83	0.82	0.83	0.84	0.85	0.86	-

Stoßnummer	9	10	11	12	13	14	15
Länge s_1 in cm	7.82	7.36	6.02	6.19	3.82	3.82	30.11
Länge s_2 in cm	9.18	10.28	12.05	11.98	14.18	14.18	k. Messwert
Winkel $\alpha = \angle s_1 s_2$ in $^\circ$	84.6	84.3	80.3	80.3	74.7	74.2	-
Winkel β in $^\circ$	84.5	86.2	67	68.3	41.1	40.7	-
Verhältnis $\frac{m_2}{m_1}$	0.84	0.85	0.83	0.82	0.85	0.85	-

Im Nachfolgenden werden logischerweise nur die Stöße berücksichtigt, bei denen alle Messwerte vorhanden sind und bei denen $5^\circ < \beta < 85^\circ$ gilt.

Für den Mittelwert und die Standardabweichung des Massenverhältnisses q ergibt sich somit

$$\bar{q} = 0.838 = 83.8\% \quad (24)$$

$$\sigma_q = 1.33 \cdot 10^{-2} \quad (25)$$

Legt man ein Vertrauensintervall von 95 % zu Grunde, so ist

$$q = 0.838 \pm 2.66 \cdot 10^{-2} \quad (26)$$

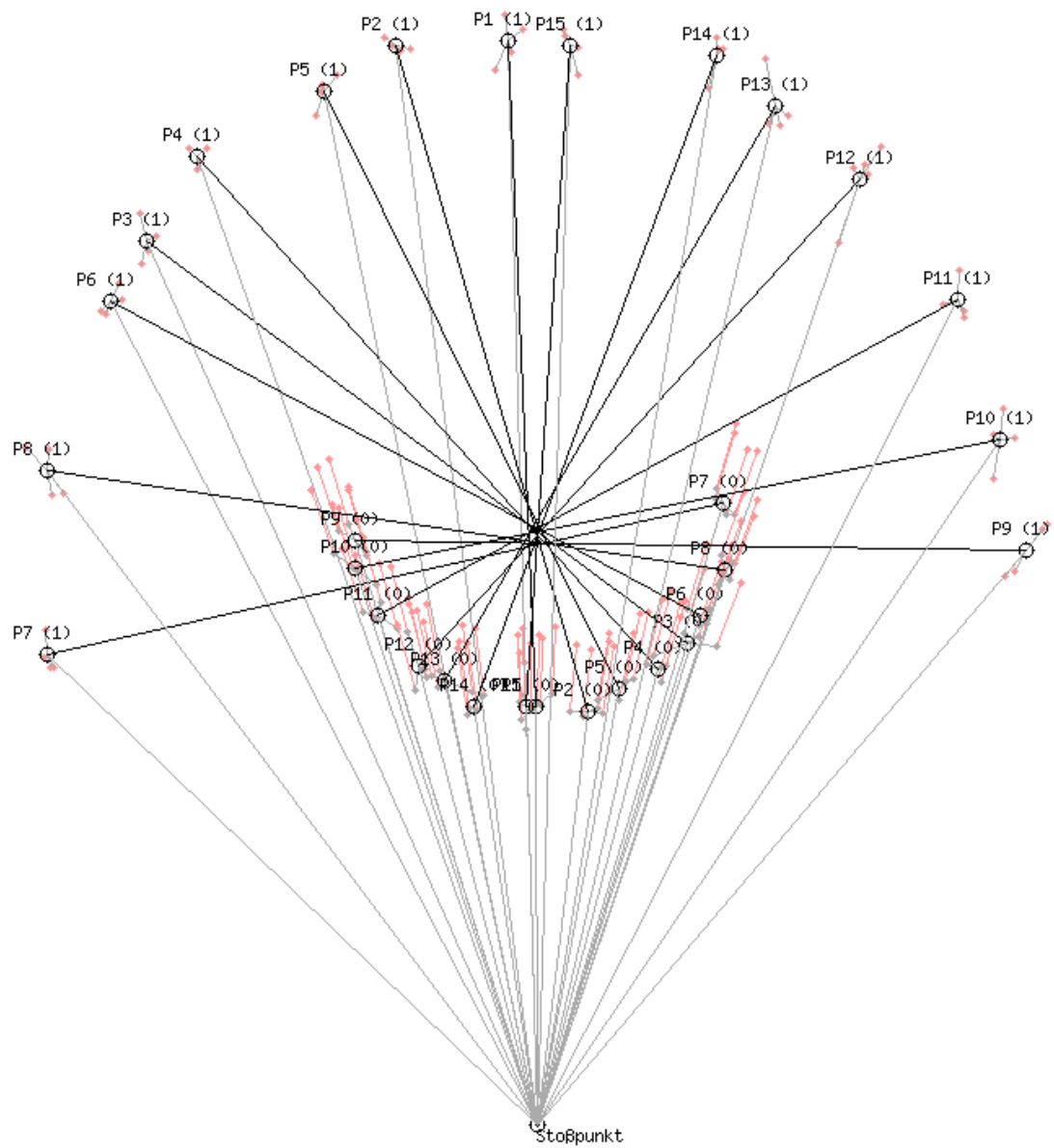
4.2 Bestimmung des Massenverhältnisses über die Kreisradien

	Radius r_1	Radius r_2	Massenverhältnis q
Stahl auf Stahl	3.52 cm	9.61 cm	0.367
Stahl auf Glas	5.14 cm	6.96 cm	0.739

Die starken Abweichungen zum ersten Messverfahren zeigen die großen systematischen Fehler, die die Messanordnung mit sich bringt.

5 Messdaten

5.1 Stahl auf Stahl



5.2 Stahl auf Glas

