

Praktikum II
HG: Holographie
Betreuer: Jan Bärtele

Hanno Rein
praktikum2@hanno-rein.de

Florian Jessen
florian.jessen@student.uni-tuebingen.de

30. April 2004

1 Vorwort

Hologramme werden heute nicht nur für Spielereien eingesetzt, sondern ist zu einem bedeutenden Sicherheitsmerkmal geworden, wie beispielsweise auf Geldschein und Kreditkarten. In Zukunft sollen Hologramme in Tesafilm gebrannt werden, um so echte Produkte von ihren Fälschungen unterscheiden zu können. Um das Hologramm sichtbar zu machen genügt mit etwas Geschick ein handelsüblicher LASERpointer.

2 Grundlagen

2.1 LASER

Die HeNe-LASER bestehen aus einer Röhre, die mit dem HeNe Gemisch gefüllt ist. An einem Ende befindet sich ein Spiegel, am anderen ein teildurchlässiger Spiegel. Die He Atome werden nun durch eine elektrische Entladung angeregt und geben ihre Energie nach kurzer Zeit an die Ne Atome weiter. Da diese eine sehr lange Lebensdauer in diesem aneregten Zustand haben, bildet sich die sogenannte Besetzungsinversion. Dies beschreibt einen nur Künstlich erzeugbaren Zustand, in dem sehr viele Atome angeregt sind. Dennoch fallen einige Elektronen spontan unter Aussendung von Licht über mehrere Zwischenstufen in den Grundzustand zurück und senden dabei Licht der Wellenlänge $\lambda = 638,2nm$ aus. Die freiwerdenden Photonen bewirken, dass auch andere Atome Licht abstrahlen. Praktischerweise entsteht bei diesem Vorgang immer mit gleicher Phase. Erreichen die Photonen das Ende der Röhre, so werden sie reflektiert und es bildet sich eine stehende Welle aus. An einem Ende kann ein Teil durch den teildurchlässigen Spiegel als LASER-Strahl entweichen und für den Versuch genutzt werden. Photonen, die schräg aus der Röhre laufen werden von den Spiegeln nicht erfasst, da sie für die gewünschte kohärente Welle uninteressant sind.

2.2 Raumfilter

Im Versuch wird ein Raumfilter eingesetzt, um sicherzustellen, dass der LASERstrahl tatsächlich monochromatisch ist. Dazu wird das Licht direkt hinter dem LASER mit einer hochwertigen Linse auf eine kleine Blende fokussiert und dahinter mit einer weiteren Linse ein paralleles Lichtbündel erzeugt. Aufgrund der chromatischen Abberation einer jeden Linse wird bei diesem Aufbau nur eine Wellenlänge ideal in der Blende abgebildet, so dass die volle Intensität hindurchdringt. Alle anderen bilden kleine Scheibchen, die größer sind, als die Öffnung der Blende.

2.3 Fresnelsche Zonenplatte

Wird ein Gegenstand von Licht angestrahlt, so ist jeder Punkt nach den Huygen'schen Prinzip Ausgangspunkt einer Elementarwelle. Im Raum hat diese die Form einer Kugelwelle. Trifft diese Welle auf eine Ebene, so entstehen fortlaufend konzentrische Kreise, die sich allmählich vom Zentrum entfernen. Diesen Zustand kann man jedoch nicht direkt abbilden. Durch Überlagerung mit einer kohärenten ebenen Welle lässt sich ein stehendes Wellensystem erzeugen, das auf eine Photoplatte oder andere Medien abgebildet werden kann. Berücksichtigt man nicht nur einen Punkt des Gegenstandes, sondern viele, so entsteht ein komplexes Wellenbild, das als Hologramm bekannt ist. Zur Vereinfachung wird im folgenden vorausgesetzt, dass zwei vollständig kohärente Wellen unter einem durch die Wellenvektoren gegebenen Winkel interferieren. Es ist nun

$$\Psi_1 = A \cdot e^{i\vec{k}_1 \vec{r}} \quad (1)$$

$$\Psi_2 = A \cdot e^{i\vec{k}_2 \vec{r}} \quad (2)$$

Die Intensität der resultierenden Welle ergibt sich nun aus

$$I = \Psi \cdot \Psi^* \quad (3)$$

$$= (\Psi_1 + \Psi_2) \cdot (\Psi_1^* + \Psi_2^*) \quad (4)$$

$$= A^2 \left(e^{i\vec{k}_1 \vec{r}} + e^{i\vec{k}_2 \vec{r}} \right) \cdot \left(e^{-i\vec{k}_1 \vec{r}} + e^{-i\vec{k}_2 \vec{r}} \right) \quad (5)$$

$$= A^2 \left(2 + e^{i(\vec{k}_1 - \vec{k}_2) \vec{r}} + e^{i(\vec{k}_2 - \vec{k}_1) \vec{r}} \right) \quad (6)$$

$$= A^2 \left(2 + e^{i(\vec{k}_1 - \vec{k}_2)\vec{r}} + e^{-i(\vec{k}_1 - \vec{k}_2)\vec{r}} \right) \quad (7)$$

$$= A^2 \left(2 + 2 \cos (\vec{k}_1 - \vec{k}_2)\vec{r} \right) \quad (8)$$

$$= 2 \cdot A^2 \left(1 + \cos \Delta\vec{k}\vec{r} \right) \quad (9)$$

2.4 Linienauflösungsvermögen

Der Gangunterschied zwischen zwei benachbarten Intensitätsmaxima ist identisch mit der Wellenlänge λ . Der Überkreuzungswinkel α der Strahlen kann nun mit dem Abstand d der Maxima in Beziehung gesetzt werden. Es ist unter der Annahme des senkrechten Einfalls

$$d = \frac{\lambda}{\sin \alpha} \quad (10)$$

Der Abstand der Maxima wird im Versuch aus der Aufnahme des Bildes mit einem CCD Chip durch ein Mikroskop bestimmt.

Möchte man einen punktförmigen Gegenstand mit dem LASER ($\lambda = 632.8 \text{ nm}$) abbilden, der sich $a = 18 \text{ cm}$ über dem Mittelpunkt einer Photoplatte mit einem angenommenen Radius $r = 5 \text{ cm}$ befindet, so muss das Maximum erster Ordnung noch von der Platte erfasst werden. Die Abstände der Maxima sind nach (10) bestimmt, der Beugungswinkel ist gegeben durch

$$\tan \alpha = \frac{r}{a} \quad (11)$$

Damit ergibt sich ein Streifenabstand von

$$d = \frac{\lambda}{\sin \arctan \frac{r}{a}} \quad (12)$$

$$= 2.36 \mu\text{m} \quad (13)$$

beziehungsweise das Auflösungsvermögen zu

$$A = \frac{1}{d} = 423 \frac{\text{Streifen}}{\text{mm}} \quad (14)$$

$$= 10743 \frac{\text{Streifen}}{\text{inch}} \quad (15)$$

3 Versuchsaufbau

Durch einen HeNe-LASER wird kohärentes monochromatisches Licht mit einer Wellenlänge von $\lambda = 638.2 \text{ nm}$ erzeugt. Dieses durchläuft nun einen Raumfilter, um die Kohärenz sicherzustellen, und trifft dann auf den Strahlteiler. Der eine Teilstrahl wird auf den Gegenstand gelenkt und dort gestreut, die andere dient als Referenzwelle. Um ein ideales Bild zu erhalten müssen die Intensitäten der beiden Teilstrahlen identisch sein, da nur dann vollständige Auslöschung durch destruktive Interferenz auftreten kann. Im Versuch wurde auf den Gegenstand verzichtet und die Teilstrahlen direkt zur Interferenz gebracht. Ein wesentliches Problem in diesem Versuch sind bereits geringe Erschütterungen des Versuchsaufbaus, da hierdurch die Abstände zwischen den Linsen, Spiegeln und anderen Teilen des Aufbaus verändert werden. Damit ändern sich auch die Gangunterschiede. Weil das Licht im Verhältnis zu den übrigen Abmessungen eine sehr kurze Wellenlänge hat, genügt dies um das Interferenzmuster derart zu stören, dass keine Strukturen mehr erkennbar sind. Verschiebt man die Spiegel, so wandern die Leuchtpunkte auf dem Schirm. Damit man weiterhin das Interferenzmuster beobachten kann, muss sichergestellt sein, dass die Punkte sich überlagern und nicht zufällig die beiden Wellen absolut destruktiv interferieren. Dies ist allerdings mit den vorhandenen Mitteln kaum zu realisieren, da die Wellenlängen so klein sind.

4 Auswertung

4.1 Linienauflösungsvermögen

Die Breite der beobachteten Interferenzstreifen ist

$$d = (2.18 \pm 0.01) \mu\text{m} \quad (16)$$

Ebenso kann der Winkel durch Ausmessen der Lichtwege mit dem Cosinus-Satz bestimmt werden. Es ist

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos \gamma \quad (17)$$

$$\gamma = \arccos \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab} \quad (18)$$

Daraus ergibt sich nach (10)

$$d = \frac{\lambda}{\sin \arccos \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab}} \quad (19)$$

$$= 2.16 \mu\text{m} \quad (20)$$

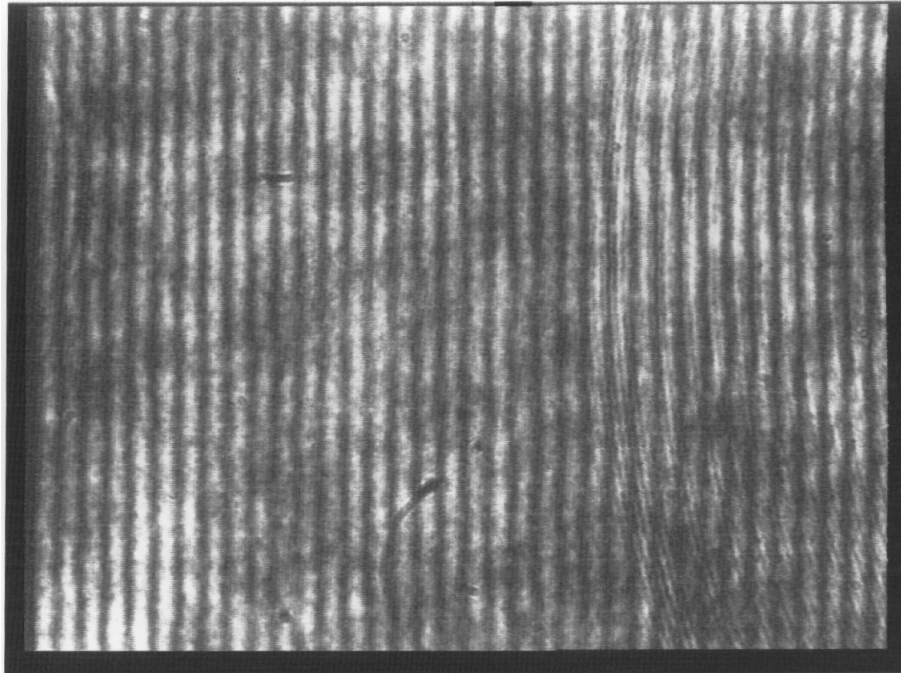
der Abstand der Streifen. Bei der zweiten Messmethode ist ein erheblicher Messfehler zu beachten. Dieser kann jedoch auf Grund des Versuchsaufbaus nur sehr schwer abgeschätzt werden.

Vergleicht man diese Werte mit dem Auflösungsvermögen des üblichen Fotopapiers (30-100 Linien pro Millimeter), so stellt man fest, dass dieses bei weitem nicht ausreicht.

Anhang - Original Messdaten

Interferenzmuster

$$1 \text{ cm} \hat{=} 8.3 \mu \text{ m} \quad (21)$$



Streifen	Länge [cm]	Streifen	Länge [cm]	Streifen	Länge [cm]
20	5.30	20	5.25	20	5.25
20	5.25	20	5.25	20	5.20
20	5.25	20	5.30	20	5.30
20	5.25	20	5.20	20	5.25
20	5.25	20	5.20	20	5.20

Dreieck für Winkelbestimmung

Die Seitenlängen des durch die Spiegel und den Schirm aufgespannten Dreiecks betragen

$$a = 31.5 \text{ cm} \quad b = 22.5 \text{ cm} \quad c = 12.0 \text{ cm} \quad (22)$$